רשימת משפטים בגיאומטריה שניתן לצטט בבגרות ללא הוכחה

הערות:

1. בשאלות בגיאומטריה יש לנמק כל שלב בפתרון על ידי כתיבת המשפט הגיאומטרי המתאים.
משפטים ידועים ניתנים לציטוט על ידי ציון שמם. את כל יתר המשפטים יש לנסח במדויק. המשפטים שאותם ניתן לרשום על ידי ציון שמם הם:
   - משפט פיתגורס
   - משפט תאלס
   - המשפט ההפוך למשפט תאלס
   - משפט תאלס המורחב
   - משפט חוצה הזווית
   - ארבעה משפטי החפיפה: צ.ז.צ., ז.צ.ז., צ. צ. צ., צלע, צלע והזווית מול הצלע הגדולה (ורק משפטים אלה), משפטי הדמיון, צ.ז.צ., ז.ז., צ. צ. צ., זווית בין משיק ומיתר.
2. סדר המשפטים המופיע ברשימה זו אינו לפי סדר הוכחתם.
3. במהלך פתרון שאלה בבחינת הבגרות, אין צורך להוכיח את המשפטים ברשימה, אלא אם יש בשאלה דרישה מפורשת לכך.
4. אין לחפוף משולשים על ידי צ.ז.ז. אלא להראות שוויון הזווית השלישית ולהשתמש במשפט ז.צ.ז.
5. ניתן להשתמש בנוסחאות הבאות לחישוב שטחים:
   - שטח מקבילית שווה למכפלת צלע המקבילית בגובה לצלע זו.
   - שטח משולש שווה למחצית מכפלת צלע בגובה לצלע זו.
   - שטח מעוין שווה למחצית מכפלת האלכסונים.
   - שטח טרפז שווה למכפלת הגובה במחצית סכום הבסיסים.
   - שטח עיגול שרדיוסו r שווה ל- πr^2.

המשפטים

משולשים

תכונות המשותפות לכל סוגי המשולשים

- במשולש, מול זוויות שוות מונחות צלעות שוות.
- סכום כל שתי צלעות במשולש גדול מהצלע השלישית.
- במשולש (שאינו שווה צלעות), מול הצלע הגדולה יותר מונחת זוית גדולה יותר.
- במשולש (שאינו שווה זוויות), מול הזווית הגדולה יותר מונחת צלע גדולה יותר.
- סכום הזוויות של משולש הוא $180°$.
- זווית חיצונית למשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה.
- כל משולש ניתן לחסום במעגל.
- במשולש, שלושת האנכים האמצעיים נחתכים בנקודה אחת , שהיא מרכז המעגל החוסם את המשולש.
- שלושת הגבהים במשולש נחתכים בנקודה אחת.
- שלושת התיכונים במשולש נחתכים בנקודה אחת.
- נקודת חיתוך התיכונים מחלקת כל תיכון ביחס 2:1.
  (החלק הקרוב לקדקוד הוא פי 2 מהחלק האחר).
- כל נקודה על חוצה זווית נמצאת במרחקים שווים משוקי זווית זו.
- אם נקודה נמצאת במרחקים שווים משני שוקי זווית , אז היא נמצאת על חוצה הזווית.
- שלושת חוצי הזוויות של משולש נחתכים בנקודה אחת, שהיא מרכז המעגל החסום במשולש.
- בכל משולש אפשר לחסום מעגל.
- חוצה זווית פנימית במשולש מחלק את הצלע שמול הזווית לשני קטעים אשר היחס ביניהם שווה ליחס הצלעות הכולאות את הזווית בהתאמה.
- ישר העובר דרך קדקוד משולש ומחלק את הצלע שמול קדקוד זה חלוקה פנימית, ביחס של שתי הצלעות האחרות (בהתאמה) הוא חוצה את זווית המשולש שדרך קודקודו הוא עובר .
- חוצה זווית חיצונית במשולש, שאינו מקביל לצלע המשולש, מחלק את הצלע שמול הזווית הצמודה לה חלוקה חיצונית ביחס של שתי הצלעות הכולאות את הזווית הפנימית הצמודה לה.

- ישר העובר דרך קדקוד משולש ומחלק את הצלע שמול קדקוד זה חלוקה חיצונית כיחס הצלעות האחרות (בהתאמה) הוא חוצה את הזווית החיצונית שדרך קודקודה הוא עובר.

משולש שווה שוקיים

- במשולש שווה שוקיים, זוויות הבסיס שוות זו לזו.
- במשולש שווה שוקיים , חוצה זווית הראש, התיכון לבסיס והגובה לבסיס מתלכדים.
- אם במשולש חוצה זווית הוא גובה , אז המשולש הוא שווה שוקיים.
- אם במשולש חוצה זווית הוא תיכון , אז המשולש הוא שווה שוקיים.
- אם במשולש גובה הוא תיכון , אז המשולש הוא שווה שוקיים.

משולש שווה צלעות

(משולש שווה צלעות הוא משולש שווה שוקיים ולכם כל משפטי מש.ש.ש חלים גם משולש שווה צלעות)

- כל הזוויות במשולש שווה צלעות שוות ל 60^0
- משולש ששתיים מזוויותיו שותת ל 60^0 הוא משולש שווה צלעות.
- משולש ששתיים מצלעותין שוות וזווית אחת שלו שווה 60^0 הוא משולש שווה צלעות.

משולש ישר זווית

- משולש בו התיכון שווה למחצית הצלע אותה הוא חוצה הוא משולש ישר זווית.
- אם במשולש ישר זווית ,זווית חדה של $30°$, אז הניצב מול זווית זו שווה למחצית היתר.
- אם במשולש ישר זווית ניצב שווה למחצית היתר , אז מול ניצב זה זווית שגודלה $30°$.
- במשולש ישר זווית, הניצב הוא ממוצע הנדסי של היתר והיטל ניצב זה על היתר.
- הגובה ליתר במשולש ישר זווית הוא ממוצע הנדסי של היטלי הניצבים על היתר.
- במשולש ישר זווית התיכון ליתר שווה למחצית היתר.

קטע אמצעים במשולש

- קטע אמצעים במשולש מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה.
- ישר החוצה צלע אחת במשולש ומקביל לצלע שניה, חוצה את הצלע השלישית.
- קטע שקצותיו על שתי צלעות משולש, מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה הוא קטע אמצעים.

- במשולש, שלושת האנכים האמצעיים נחתכים בנקודה אחת , שהיא מרכז המעגל החוסם את המשולש.

קטעים ונקודות מיוחדות במשולש

- כל נקודה הנמצאת על האנך האמצעי של קטע , נמצאת במרחקים שווים מקצות הקטע.
- כל נקודה הנמצאת במרחקים שווים מקצות קטע, נמצאת על האנך האמצעי לקטע.

ארבעת משפטי חפיפת משולשים

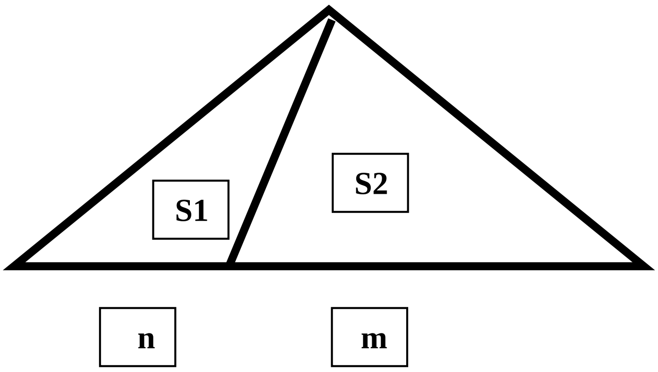
- משפט חפיפה צ.ז.צ.
- משפט חפיפה ז.צ.ז.
- משפט חפיפה צ.צ.צ.
- משפט חפיפה שתי צלעות והזווית שמול הצלע הגדולה מבין השתיים.

דמיון משולשים

- משפט דמיון צ.ז.צ.
- משפט דמיון ז.ז.
- משפט דמיון צ.צ.צ.
- במשולשים דומים:
  - יחס גבהים מתאימים שווה ליחס הדמיון.
  - יחס חוצי זוויות מתאימות שווה ליחס הדמיון.
  - יחס תיכונים מתאימים שווה ליחס הדמיון.
  - יחס ההיקפים שווה ליחס הדמיון.
  - יחס הרדיוסים של המעגלים החוסמים שווה ליחס הדמיון.
  - יחס הרדיוסים של המעגלים החסומים שווה ליחס הדמיון.
  - יחס השטחים שווה לריבוע יחס הדמיון.

משפט עזר שחשוב לזכור כי תרגילים רבים נפתרים בעזרתו אבל לא ניתן להשתמש בו ללא הוכחה כלומר **<u>צריך להוכיח אותו בבגרות</u>**:

$$\frac{S1}{S2} = \frac{m}{n}$$



ישר המחבר בין קודקוד המשולש לבין הצלע שמולו, מחלק את המשולש לשני משולשים שהיחס בין השטחים שלהם הוא כיחס החלוקה של הצלע המחולקת.

כאמור, **<u>עליכם להוכיח משפט זה</u>** בכל פעם שאתם בוחרים להשתמש בו , ניתן בקלות להוכיח את המשפט ע"י:

- הגדרת שטח כל אחד מהמשולשים (צלע * גובה לחלק ל-2)
- לשני המשולשים יש גובה זהה, ב S1 הגובה חיצוני וב S2 הוא פנימי אך זה אותו גובה.
- לאחר חלוקה של שטח S1 בשטח S2 וביצוע צמצום יתקבל השוויון.

מקבילית

- במקבילית כל שתי זוויות נגדיות שוות זו לזו.
- במקבילית כל שתי צלעות נגדיות שוות זו לזו.
- במקבילית האלכסונים חוצים זה את זה.
- מרובע שבו כל זוג זוויות נגדיות שוות הוא מקבילית.
- מרובע שבו כל שתי צלעות נגדיות שוות זו לזו הוא מקבילית.
- מרובע שבו זוג צלעות מקבילות ושוות הוא מקבילית.
- מרובע שאלכסוניו חוצים זה את זה הוא מקבילית.

מעוין

- במעוין האלכסונים חוצים את הזוויות.
- מקבילית שבה אלכסון הוא חוצה זווית היא מעוין.
- במעוין האלכסונים מאונכים זה לזה.
- מקבילית שבה האלכסונים מאונכים זה לזה היא מעוין.

מלבן

- אלכסוני המלבן שווים זה לזה.
- מקבילית שבה האלכסונים שווים זה לזה היא מלבן.

טרפז

- בטרפז שווה שוקיים הזוויות שליד אותו בסיס שוות זו לזו.
- טרפז בו הזוויות שליד אותו בסיס שוות זו לזו הוא טרפז שווה שוקיים.
- בטרפז שווה שוקיים האלכסונים שווים זה לזה.
- טרפז בו האלכסונים שווים זה לזה הוא טרפז שווה שוקיים.
- קטע האמצעים בטרפז מקביל לבסיסים ושווה למחצית סכומם.
- בטרפז , ישר החוצה שוק אחת ומקביל לבסיסים, חוצה את השוק השנייה.

קווים מקבילים

- שני ישרים נחתכים על ידי ישר שלישי. אם יש זוג זוויות מתאימות שוות ,אז שני הישרים מקבילים.
- שני ישרים נחתכים על ידי ישר שלישי. אם יש זוג זוויות מתחלפות שוות אז שני הישרים מקבילים.
- שני ישרים נחתכים על ידי ישר שלישי. אם סכום זוג זוויות חד-צדדיות הוא $180°$ אז שני הישרים מקבילים.
- אם שני ישרים מקבילים נחתכים על ידי ישר שלישי אז:
  א. כל שתי זוויות מתאימות שוות זו לזו.
  ב. כל שתי זוויות מתחלפות שוות זו לזו.
  ג. סכום כל זוג זוויות חד-צדדיות הוא $180°$.

משפט תאלס (קשור לישרים מקבילים)

- משפט תאלס: שני ישרים מקבילים החותכים שוקי זווית , מקצים עליהם קטעים פרופורציוניים.
- משפט תאלס המורחב: ישר המקביל לאחת מצלעות המשולש חותך את שתי הצלעות האחרות או את המשכיהן בקטעים פרופורציוניים.
- משפט הפוך למשפט תאלס: שני ישרים המקצים על שוקי זווית ארבעה קטעים פרופורציוניים הם ישרים מקבילים.

דלתון

- האלכסון הראשי בדלתון חוצה את זוויות הראש, חוצה את האלכסון השני ומאונך לו.

<u>מעגל</u>

- ניתן לחסום מרובע במעגל אם ורק אם סכום זוג זוויות נגדיות שווה ל- $180°$.
- מרובע קמור חוסם מעגל אם ורק אם סכום שתי צלעות נגדיות שווה לסכום שתי הצלעות הנגדיות האחרות.
- כל מצולע משוכלל אפשר לחסום במעגל.
- בכל מצולע משוכלל אפשר לחסום מעגל.
- דרך כל שלוש נקודות שאינן על ישר אחד עובר מעגל אחד ויחיד.
- במעגל, שתי זוויות מרכזיות שוות זו לזו אם ורק אם שתי הקשתות המתאימות להן שוות זו לזו.
- במעגל, שתי זוויות מרכזיות שוות זו לזו אם ורק אם שני המיתרים המתאימים להן שווים זה לזה.
- במעגל , מיתרים שווים זה לזה אם ורק אם שתי הקשתות המתאימות להם שוות זו לזו.
- מיתרים השווים זה לזה נמצאים במרחקים שווים ממרכז המעגל.
- מיתרים במעגל אחד הנמצאים במרחקים שווים ממרכזו שווים זה לזה.
- במעגל , אם מרחקו של מיתר ממרכז המעגל קטן יותר ממרחקו של מיתר אחר , אז מיתר זה ארוך יותר מהמיתר האחר.
- האנך ממרכז המעגל למיתר חוצה את המיתר, חוצה את הזווית המרכזית המתאימה למיתר וחוצה את הקשת המתאימה למיתר.
- קטע ממרכז המעגל החוצה את המיתר מאונך למיתר.
- במעגל , זווית היקפית שווה למחצית הזווית המרכזית הנשענת על אותה הקשת.
- במעגל, לזוויות היקפיות שוות קשתות שוות ומיתרים שווים.
- במעגל, לקשתות שוות מתאימות זוויות היקפיות שוות.
- במעגל, כל הזוויות ההיקפיות הנשענות על מיתר מאותו צד של המיתר שוות זו לזו.
- זווית היקפית הנשענת על קוטר היא זווית ישרה ($90°$).
- זווית היקפית בת $90°$ נשענת על קוטר.
- במעגל , זווית פנימית שווה למחצית סכום שתי הקשתות הכלואות בין שוקי הזווית ובין המשכיהן.
- במעגל , זווית חיצונית שווה למחצית הפרש שתי הקשתות הכלואות בין שוקי הזווית ובין המשכיהן.
- המשיק למעגל מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה.
- ישר המאונך לרדיוס בקצהו הוא משיק למעגל.

- זווית בין משיק ומיתר שווה לזווית ההיקפית הנשענת על מיתר זה מצידו השני.
- שני משיקים למעגל היוצאים מאותה נקודה שווים זה לזה.
- קטע המחבר את מרכז המעגל לנקודה ממנה יוצאים שני משיקים למעגל, חוצה את הזווית שבין המשיקים.
- קטע המרכזים של שני מעגלים נחתכים , חוצה את המיתר המשותף ומאונך לו.
- נקודת ההשקה של שני מעגלים המשיקים זה לזה, נמצאת על קטע המרכזים או על המשכו.
- אם במעגל שני מיתרים נחתכים, אז מכפלת קטעי מיתר אחד שווה למכפלת קטעי המיתר השני.
- אם מנקודה מחוץ למעגל יוצאים שני חותכים, אז מכפלת חותך אחד בחלקו החיצוני שווה למכפלת החותך השני בחלקו החיצוני.
- אם מנקודה שמחוץ למעגל יוצאים חותך ומשיק, אז מכפלת החותך בחלקו החיצוני שווה לריבוע המשיק.

משפט פיתגורס

- משפט פיתגורס: במשולש ישר זווית , סכום ריבועי הניצבים שווה לריבוע היתר.
- משפט פיתגורס ההפוך : משולש בו סכום ריבועי שתי צלעות שווה לריבוע הצלע השלישית הוא ישר זווית.

זוויות

- זוויות צמודות משלימות זו את זו ל- $180°$.
- זוויות קדקודיות שוות זו לזו.
- סכום הזוויות הפנימיות של מצולע קמור הוא $180°(n-2)$.