

אתר - "עגורים"

חזקות – דף סיכום



עגורים
עיסית יחד על פיתוח טכניקה

www.agurim.co.il

סדר פעולות עם חזקות:

(1) העלאה בחזקה קודמת לכל פעולות החשבון (כפל, חילוק, חיבור או חיסור)

(2) אם יש סוגריים, הפעולה בסוגריים קודמת להעלאה בחזקה

(3) הפעולות במעריך החזקה קודמות להעלאה בחזקה

לדוגמה:

$$(-4)^2 = 16 \quad -4^2 = -16 \quad -(-4)^2 = -16$$

$$\{3 - 2 \cdot [(-5)^2 - (-1)^9]\} : (-7)^2 = \{3 - 2 \cdot [25 - (-1)]\} : 49 = (3 - 2 \cdot 26) : 49 = \\ = (3 - 52) : 49 = (-49) : 49 = -1$$

כל מספר בחזקת 0 שווה ל-1:

$$a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

לדוגמה:

$$5^0 = 1$$

$$(-5)^0 = 1$$

$$-(-5)^0 = -1$$

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

לדוגמה:

$$6^9 = (2 \cdot 3)^9 = 2^9 \cdot 3^9$$

$$(-21)^7 = (-7 \cdot 3)^7 = (-7)^7 \cdot 3^7 = -7^7 \cdot 3^7$$

כשמשנים סימן של מעריך חזקה, מונה הופך למכנה ומכנה הופך למונה:
 (אם מדובר במספר שאינו שבר, ניתן להתייחס כאילו המכנה הוא 1)

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

לדוגמה:

$$3^{-8} = \frac{1}{3^8}$$

$$\frac{1}{3^{-8}} = 3^8$$

$$2^7 \cdot 3^{-8} = \frac{2^7}{3^8}$$

$$\frac{3^4}{2^{-7}} = 3^4 \cdot 2^7$$

$$\frac{2^{-7}}{3^8} = \frac{1}{3^8 \cdot 2^7}$$

אם המעריך הוא זוגי, החזקה תמיד תהיה מספר חיובי
 אם הבסיס שלילי, והמעריך אי-זוגי, החזקה תמיד תהיה מספר שלילי

לדוגמה:

$$(-3)^{10} = 3^{10} > 0$$

$$(-7)^{11} = -7^{11} < 0$$

כאשר יש שבר הקטן מ-1, ומעלים אותו בחזקה חיובית, המספר קטן:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \rightarrow \left(\frac{1}{b}\right)^n = \frac{1^n}{b^n} = \frac{1}{b^n}$$

לדוגמה:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1^2}{3^2} = \frac{1}{9} < \frac{1}{3}$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{3^3}{5^3} = \frac{27}{125} < \frac{3}{5}$$

כשיש פעולת חיבור או חיסור בין חזקות עם אותו בסיס, אפשר לעבור לכתוב חזקות ע"י מציאת גורם משותף, תוך שימוש בכלל:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

לדוגמה:

$$7^{45} + 7^{47} = 7^{45} + 7^2 \cdot 7^{45} = 7^{45} + 49 \cdot 7^{45} = (1 + 49) \cdot 7^{45} = 50 \cdot 7^{45}$$

$$\frac{3^{44} - 3^{42}}{3^{40} + 3^{39}} = \frac{3^2 \cdot 3^{42} - 3^{42}}{3^1 \cdot 3^{39} + 3^{39}} = \frac{9 \cdot 3^{42} - 3^{42}}{3 \cdot 3^{39} + 3^{39}} = \frac{(9 - 1) \cdot 3^{42}}{(3 + 1) \cdot 3^{39}} = \frac{8 \cdot 3^{42}}{4 \cdot 3^{39}} = \frac{8}{4} \cdot 3^{42-39} =$$

$$= 2 \cdot 3^3 = 2 \cdot 27 = 54$$

זכרו כיצד מוציאים גורם משותף:

$$3 \cdot x + 4 \cdot x = (3 + 4) \cdot x = 7x$$

כשיש פעולות חשבון בין חזקות אשר בין הבסיסים שלהן יש קשר של חזקה, ניתן להגיע לכתוב חזקות ע"י שימוש בכלל:

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

לדוגמה:

$$2^{11} + 8^3 - 4^5 = 2^{11} + (2^3)^3 - (2^2)^5 = 2^{11} + 2^9 - 2^{10} = 2^2 \cdot 2^9 + 2^9 - 2^1 \cdot 2^9$$

$$= 4 \cdot 2^9 + 1 \cdot 2^9 - 2 \cdot 2^9 = (4 + 1 - 2) \cdot 2^9 = 3 \cdot 2^9$$

כדאי לזכור:

$2^2 = 4$	$2^3 = 8$	$2^4 = 16$	$2^5 = 32$	$2^6 = 64$
$3^2 = 9$	$3^3 = 27$	$3^4 = 81$		
$4^2 = 16$	$4^3 = 64$			
$5^2 = 25$	$5^3 = 125$			

בשאלות "מי גדול ממי?" אפשר להשוות בין החזקות ע"י הבאה לבסיסים שווים או ע"י הבאה למעריכים שווים

הבאה לבסיסים שווים:

$125^{30} \qquad 5^{80}$ $(5^3)^{30} \qquad 5^{80}$ $5^{90} > 5^{80}$		$27^{-100} \qquad 3^{-400}$ $(3^3)^{-100} \qquad 3^{-400}$ $3^{-300} \qquad 3^{-400}$ $\frac{1}{3^{300}} > \frac{1}{3^{400}}$
---	--	---

הבאה למעריכים שווים:

$5^{200} \qquad 3^{300}$ $(5^2)^{100} \qquad (3^3)^{100}$ $25^{100} < 27^{100}$		$\left(-\frac{1}{5}\right)^{-100} \qquad \left(-\frac{1}{2}\right)^{-200}$ $(-5)^{100} \qquad (-2)^{200}$ $5^{100} \qquad 2^{200}$ $5^{100} \qquad (2^2)^{100}$ $5^{100} > 4^{100}$
---	--	---

דף נוסחאות – חזקות

$$(1) \quad a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

$$(2) \quad a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$(3) \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad (a \neq 0)$$

$$(4) \quad (a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

$$(5) \quad (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$(6) \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$(7) \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$(8) \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$