נוסחאון מתמטיקה

4 יחידות לימוד

אלגברה:

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ $\qquad$ $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$ $\qquad$ $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$

משוואה ריבועית: $(a \neq 0)\ ax^2 + bx + c = 0$; השורשים: $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

סדרות:	סדרה חשבונית	סדרה הנדסית
כלל נסיגה:	$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n + d \end{cases}$	$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n \cdot q \end{cases}$
איבר n-י:	$a_n = a_1 + (n-1)d$	$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$
סכום:	$S_n = \dfrac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$ $S_n = \dfrac{n \cdot [2a_1 + (n-1)d]}{2}$	$S_n = \dfrac{a_1(q^n - 1)}{q-1}$ סכום אינסופי: $S = \dfrac{a_1}{1-q}$

חזקות: $(b \neq 0\ \ a \neq 0)$

$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$; $\dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$; $(a^x)^y = a^{x \cdot y}$; $\left(\dfrac{a}{b}\right)^x = \dfrac{a^x}{b^x}$; $(a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x$

גדילה ודעיכה:

$M_t = M_0 \cdot q^t$ $\qquad$ שעור הגדילה (או הדעיכה) ליחידת זמן t הוא q.

לוגריתמים: $(\ a, b, c > 0\ ;\ a, b \neq 1\ )$:

$\log_b c = \dfrac{\log_a c}{\log_a b}$; $a^{\log_a b} = b$; $\log_a (a^b) = b$

$\log_a (b^t) = t \cdot \log_a b$; $\log_a \left(\dfrac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$; $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$

גאומטרייה אנליטית: שיפוע, m, של ישר העובר דרך הנקודות (x_1, y_1) (x_2, y_2) : $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

משוואת ישר $y = mx + b$ עם שיפוע m, העובר בנקודה (x_1, y_1) : $y - y_1 = m(x - x_1)$

שיעורי נקודת האמצע $M(x_M, y_M)$ של קטע שקצותיו $A(x_1, y_1)$ ו- $B(x_2, y_2)$ הם :

$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} \qquad ; \qquad y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

המרחק d בין הנקודות $A(x_1, y_1)$ ו- $B(x_2, y_2)$: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

שני ישרים, בעלי שיפועים m_1, ו- m_2 מאונכים זה לזה אם ורק אם $m_1 \cdot m_2 = -1$

משוואת מעגל שמרכזו (a, b), ורדיוסו R : $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

הסתברות:

נוסחת ברנולי – ההסתברות ל-k הצלחות מתוך n ניסיונות בהתפלגות בינומית כאשר ההסתברות להצלחה היא p : $P_n(k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$ כאשר $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n - k)!}$

הסתברות מותנית : $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$; נוסחת בייס : $P(A/B) = \frac{P(B/A) \cdot P(A)}{P(B)}$

טריגונומטרייה:

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta \mp \sin\alpha \cdot \sin\beta \qquad ; \qquad \sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta \pm \cos\alpha \cdot \sin\beta$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 \qquad ; \qquad \sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$$

משפט הסינוסים : $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$ (R – רדיוס המעגל החוסם)

משפט הקוסינוסים : $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$ (γ היא הזווית הכלואה בין a ל-b)

אורך קשת של α רדיאנים : $\ell = \alpha R$ שטח גִזרה של α רדיאנים : $S = \frac{1}{2}\alpha R^2$

שטח משולש : $S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin\alpha$ (α היא הזווית הכלואה בין b ל-c)

גופים במרחב:

<u>מנסרה ישרה וגליל ישר</u>: נפח: $V = B \cdot h$ (B – שטח הבסיס, h – גובה הגוף)

שטח מעטפת: $M = P \cdot h$ (P – היקף הבסיס, h – גובה הגוף)

<u>פירמידה וחרוט</u>: נפח: $V = \frac{B \cdot h}{3}$ (B – שטח הבסיס, h – גובה הגוף)

<u>חרוט</u>: שטח מעטפת: $M = \pi R \ell$ (R – רדיוס העיגול, ℓ – הקו היוצר)

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי:

נגזרות:

$(x^t)' = tx^{t-1}$ (t ממשי) ; $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$; $(\cos x)' = -\sin x$; $(\sin x)' = \cos x$

$(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$; $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$; $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

נגזרת של <u>מכפלת</u> פונקציות: $[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

נגזרת של <u>מנת</u> פונקציות: $\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$

נגזרת של פונקציה <u>מורכבת</u>: $[f(u(x))]' = f'(u) \cdot u'(x)$

כאשר $u'(x)$ היא נגזרת של u לפי x (נגזרת פנימית)

ו- $f'(u)$ היא נגזרת של f לפי u (נגזרת חיצונית).

אינטגרלים: $\int x^t dx = \frac{x^{t+1}}{t+1} + C$ (t ממשי, $t \neq -1$) ; $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$

אם $F(x)$ היא פונקציה קדומה של הפונקציה $f(x)$ אז: $\int f(mx+b)dx = \frac{1}{m}F(mx+b) + C$